## Aufgaben Experimentalphysik

Das Borisotop $^9$B ist instabil und zerfällt in ein Proton und zwei Alphateilchen. Dabei werden $4.4 \cdot 10^{-14}$ J als kinetische Energie der Zerfallsprodukte frei. Bei einem solchen Zerfall wird die Geschwindigkeit des Protons mit $6 \cdot 10^6$ m/s gemessen, wenn der Borkern anfangs in Ruhe ist. Nehmen Sie an, dass beide Alphateilchen die gleiche Energie haben. Berechnen Sie, wie schnell und in welche Richtung bezüglich der des Protons sich die beiden Alphateilchen bewegen.

## Aufgaben RdP

Schwingungsperiode

Ein Teilchen bewege sich auf einer Linie unter dem Einfluß des Potenzials $V(x) = k\,|x|^n$ mit $n \in \mathbb{N}$ und $k > 0$. Für eine gegebene Gesamtenergie $E > 0$ schwingt es zwischen den Umkehrpunkten $\pm a = ?$ hin und her. Bestimmen Sie die Abhängigkeit der Periode $T$ von der Gesamtenergie und der Amplitude mittels der Formel

$$T \;=\; 2\int_{-a}^{a} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - V(x))}} \quad ,$$

ohne das Integral auszuwerten. Hierfür ändern Sie die Koordinate (Integrationsvariable) von $x$ zu $y = (\frac{k}{E})^{1/n}x$. Welche $y$-Werte haben die Umkehrpunkte? Können Sie die $E$-Abhängigkeit vor das Integral ziehen? $T(a)$ erhalten Sie schließlich aus $E(a)$.
*Bemerkung:* Das Resultat gilt sogar für $n \in \mathbb{R}-\{0\}$, mit $k < 0$ und $E < 0$ für negative $n$.
*Harmonische Schwingung:* Für welche Potenz $n$ ist $T$ unabhängig von $E$ bzw. $a$ ?
*Drittes Kepler-Gesetz:* Was erhalten Sie für das Gravitationspotenzial, $n{=}-1$ mit $k{<}0$ ?

Schwarzes Loch

Das Außenraum-Gravitationsfeld eines sphärisch-symmetrischen Sterns ($M$) wird in der Allgemeinen Relativitätstheorie durch die sogenannte Schwarzschild-Geometrie beschrieben. Testteilchen verspüren in dieser Geometrie das effektive Potenzial

$$V_{\text{eff}}(r) \;=\; -\epsilon\frac{\gamma M}{r} + \frac{L^2}{2r^2} - \frac{\gamma M L^2}{r^3} \quad .$$

Hierbei wurden die Einheiten so gewählt, daß die Lichtgeschwindigkeit $c{=}1$ ist. Die Konstante $\epsilon$ hat den Wert 1 für massive Testteilchen (mit Einheitsmasse $m{=}1$) und ist Null für masselose Testteilchen (Photonen, $m{=}0$). Im Newtonschen Fall fehlt lediglich der dritte Term ($\sim r^{-3}$).
Diskutieren Sie qualitativ die unterschiedlichen Orbits für massive Teilchen im Newtonschen wie im relativistischen Fall sowie für Photonen im relativistischen Fall. Bestimmen Sie die Radien $r_0(L)$ kreisförmiger Orbits und klassifizieren Sie diese Bahnen als stabil bzw. instabil. Was ist der minimale Drehimpuls und Radius für die Existenz einer stabilen Kreisbahn im massiven relativistischen Fall?
*Bemerkung:* Normale Sternradien sind wesentlich größer als die instabilen Kreisbahn-Radien. Für hinreichend „konzentrierte“ Sterne jedoch liegt der Schwarzschild-Radius $r_s{=}2\gamma M$ (und beide $r_0(L)$) außerhalb der Sterns, und $r{=}r_s$ wird zum Ereignishorizont eines schwarzen Lochs.